

臺北市第 44 屆中小學科學展覽會
作品說明書

科別：物理

組別：國小組

作品名稱：「流」、「形」問題

關鍵詞：體積、表面積、阻力

編號：



「流」、「形」問題

摘要

壹、研究動機	1
貳、研究目的	1
參、研究的設備和器材	1
肆、研究過程及方法	1
伍、研究結果.....	6
陸、討論	18
柒、結論	19
捌、參考資料及其他	20

摘要

利用三種同體積不同形狀(1/4、1/2 及 3/4)之圓錐體模型及各種不同形狀的樹葉(梧桐葉、洋紫荊、構樹、棟樹及變葉木)，在水族箱以小型沉水馬達製造出不同方向的水流，經測量不同形狀的模型和樹葉，在不同方向的流體中阻力的差異。

從實驗三種同體積不同形狀(1/4、1/2 及 3/4)之圓錐體模型的結果，我們可以知道，雖然體積、表面積相同或相近，如果形狀不同，在流體中的阻力也不同；另實驗表面積較大的葉片，梧桐葉和構樹葉阻力高於洋紫荊，故從實驗結果我們亦可驗證在颱風盛行的地區，能夠長得高大的樹木大部份都是穗狀葉形或是羽狀葉形。

『流』、『形』問題

壹、研究動機

不同體形的鳥和魚，在空氣和水中，飛行與游泳的速度也不同。植物的樹葉爲了從光合作用取得能量，需要大面積的葉片接收陽光，當吹起風時，樹葉便產生阻力，一旦遇到暴風，來自樹葉阻力便一路向下傳遞到樹幹、樹根，甚至導致整棵樹的倒落。形狀不同的葉片，如何兼顧吸收陽光的面積和降低空氣阻力的問題呢？

貳、研究目的

利用縮小的模型及各種不同的樹葉，以小型沉水馬達製造出不同方向的水流，在水族箱裡測量不同形狀的模型和樹葉，在不同方向的流體中阻力的差異。

參、研究設備及器材

- 1.水族箱……………一個
- 2.沉水馬達……………一個
- 3.圓錐模型……………三個
- 4.樹葉……………數種
- 5.測力彈簧……………一個
- 6.方格紙……………數張
- 7.計時電子表……………一個

肆、研究過程及方法


一、實驗一：


因爲不能實際以各種魚類來測量阻力，所以利用三種體積相同、截面積與形狀不同的圓錐體，在靜止水流、逆向水流、側向水流，三種水流狀態下，由水族缸頂部落至底部的時間及落點分布。

步驟 1.製作三種體積相同，表面積不同的圓錐體（七、附註 1）：

(1)在圖畫紙上分別以：

半徑 3.7 cm 畫出 1/4 圓 

半徑 2.4 cm 畫出 1/2 圓 

半徑 2.0 cm 畫出 3/4 圓 

(2) 剪下後，缺口兩端以膠帶黏合成為： $1/4$ 圓錐、 $1/2$ 圓錐、 $3/4$ 圓錐。



(3) 在三個圓錐中心放入相同的鋼釘，灌入融化的蠟油，冷卻凝固。

步驟 2. 靜止水流狀態：

$1/4$ 圓錐



1/2 圓錐



3/4 圓錐



由水族缸中央頂端，分別放入 1/4 圓錐、1/2 圓錐、3/4 圓錐，紀錄到達缸底所需的時間，共 10 次。(表一，圖一)

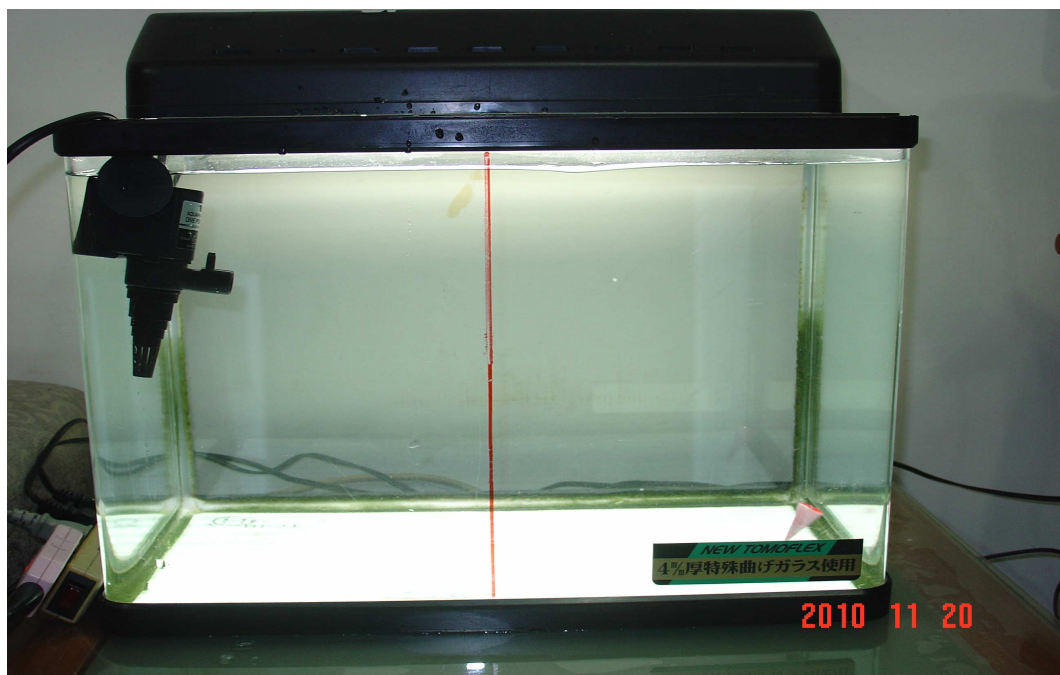
步驟 3.逆向水流狀態：



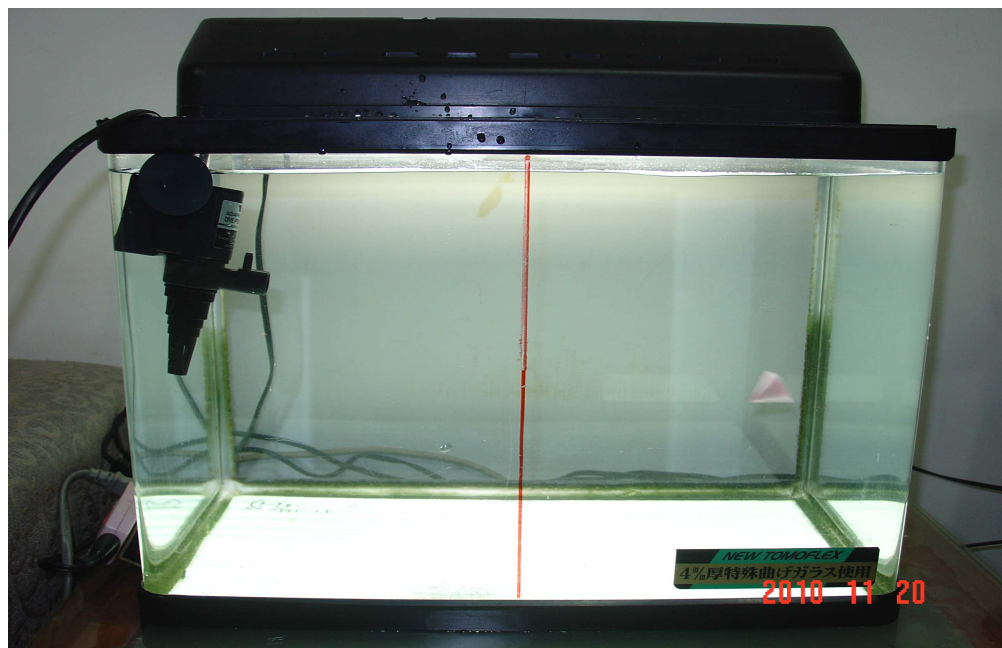
沉水馬達設置於水族缸中央底部，向上噴出水流，由水族缸中央頂端，分別放入 1/4 圓錐、1/2 圓錐、3/4 圓錐，紀錄到達缸底所需的時間（表二，圖二）與落點的分布位置（圖四），共 10 次。

步驟 4.側向水流狀態：

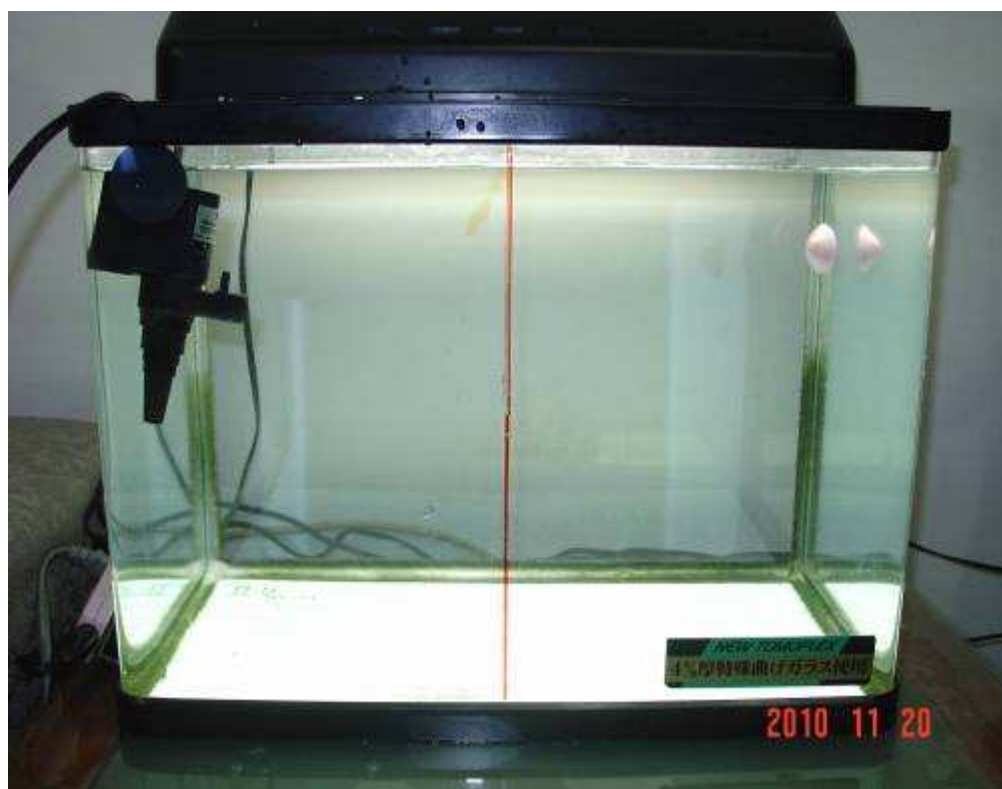
1/4 圓錐



1/2 圓錐



3/4 圓錐



沉水馬達設置於水族缸左側上部，向右噴出水流，由水族缸中央頂端，分別放入 1/4 圓錐、1/2 圓錐、3/4 圓錐，紀錄到達缸底所需的時間（表三，圖三）與落點的分布位置（圖五），共 10 次。

二、實驗二：

步驟 1：從木本植物選出 2 組面積相近、形狀不同的樹葉，以方格紙描繪計算面積。

步驟 2：分別將 2 組共 5 種不同的樹葉固定在測力彈簧上，再放置於沉水馬達出水口的前端，觀察並紀錄彈簧與葉片在水流中的變化情形。

伍、研究結果：

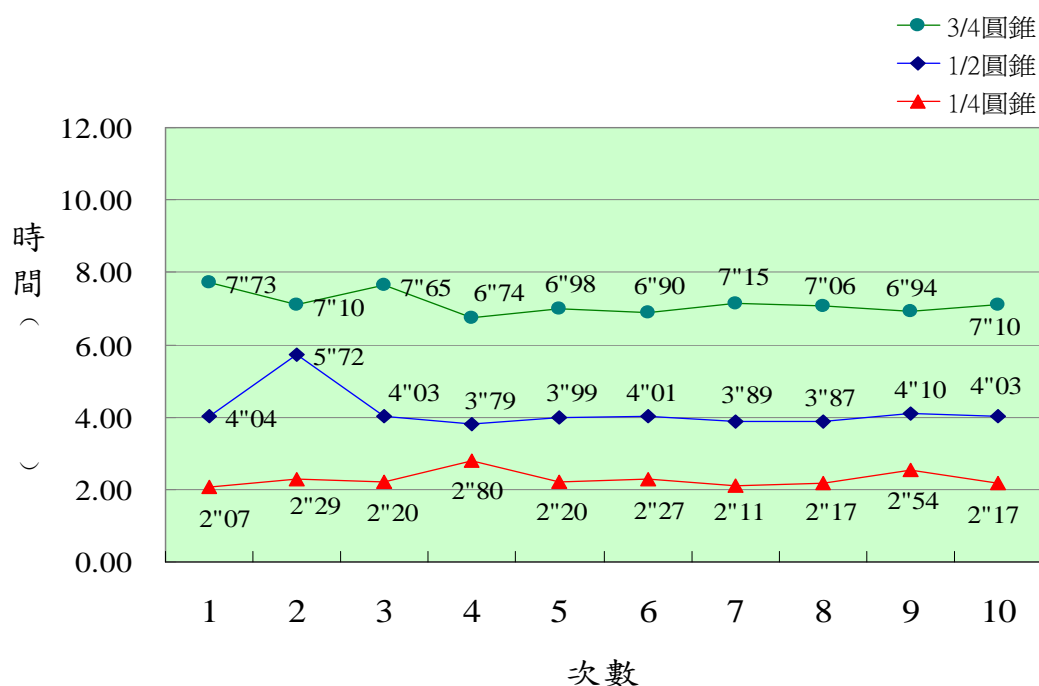
一、實驗一：

表一、三種圓錐體靜止水流狀態下到達缸底時間表

單位:秒;次

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3/4 圓錐	7" 73	7" 10	7" 65	6" 74	6" 98	6" 90	7" 15	7" 06	6" 94	7" 10
1/2 圓錐	4" 04	5" 72	4" 03	3" 79	3" 99	4" 01	3" 89	3" 87	4" 10	4" 03
1/4 圓錐	2" 07	2" 29	2" 20	2" 80	2" 20	2" 27	2" 11	2" 17	2" 54	2" 17

圖一、三種圓錐體靜止水流狀態下到達缸底時間圖

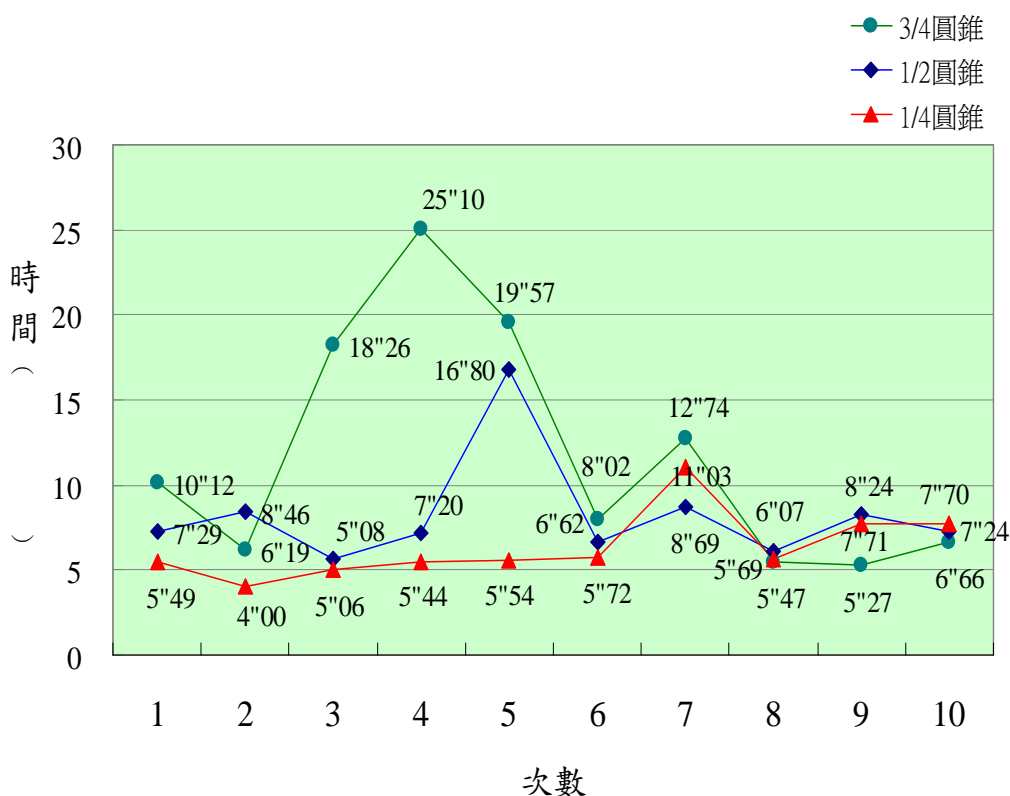


表二、三種圓錐體在逆向水流狀態下到達缸底時間表

單位:秒;次

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3/4 圓錐	10" 12	6" 19	18" 26	25" 10	19" 57	8" 02	12" 74	5" 47	5" 27	6" 66
1/2 圓錐	7" 29	8" 46	5" 68	7" 20	16" 80	6" 62	8" 69	6" 07	8" 24	7" 24
1/4 圓錐	5" 49	4" 00	5" 06	5" 44	5" 54	5" 72	11" 03	5" 69	7" 71	7" 70

圖二、三種圓錐體在逆向水流狀態下到達缸底時間圖

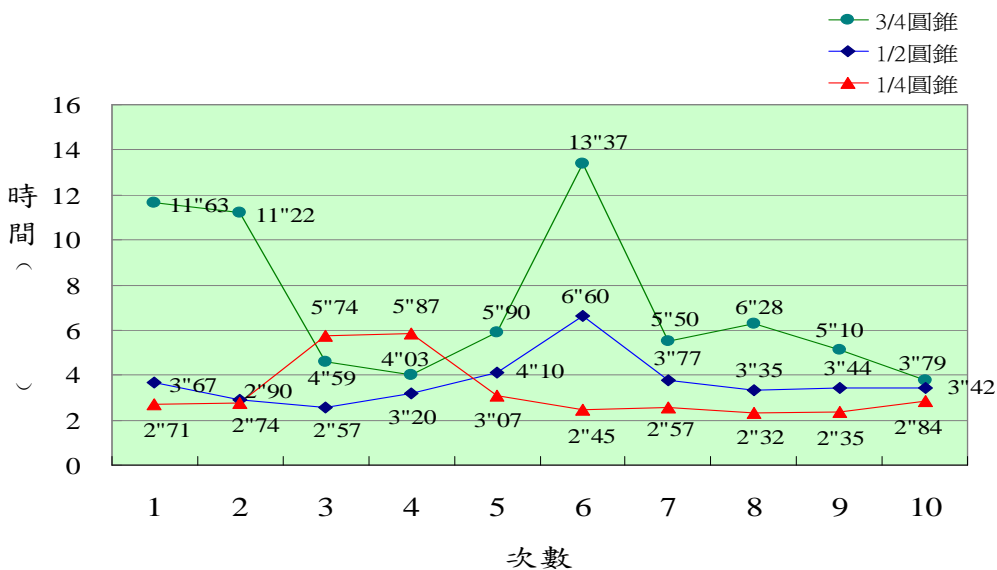


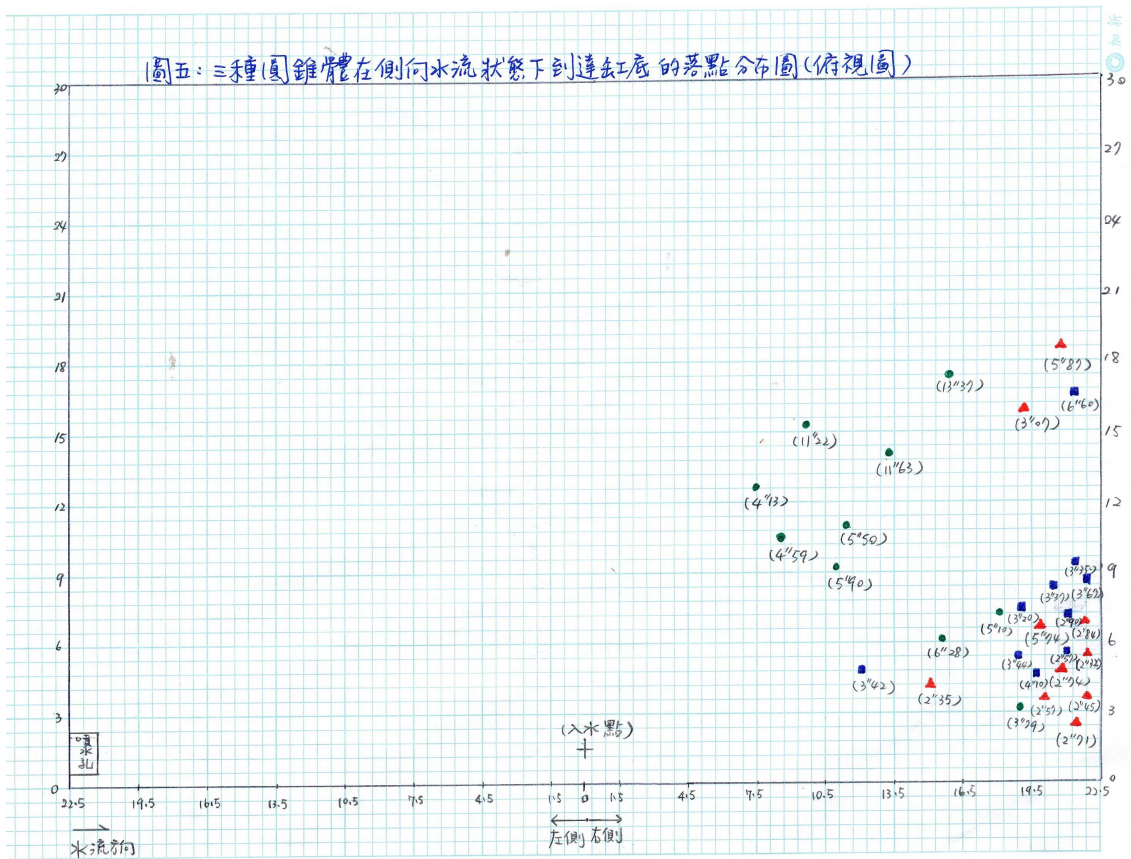
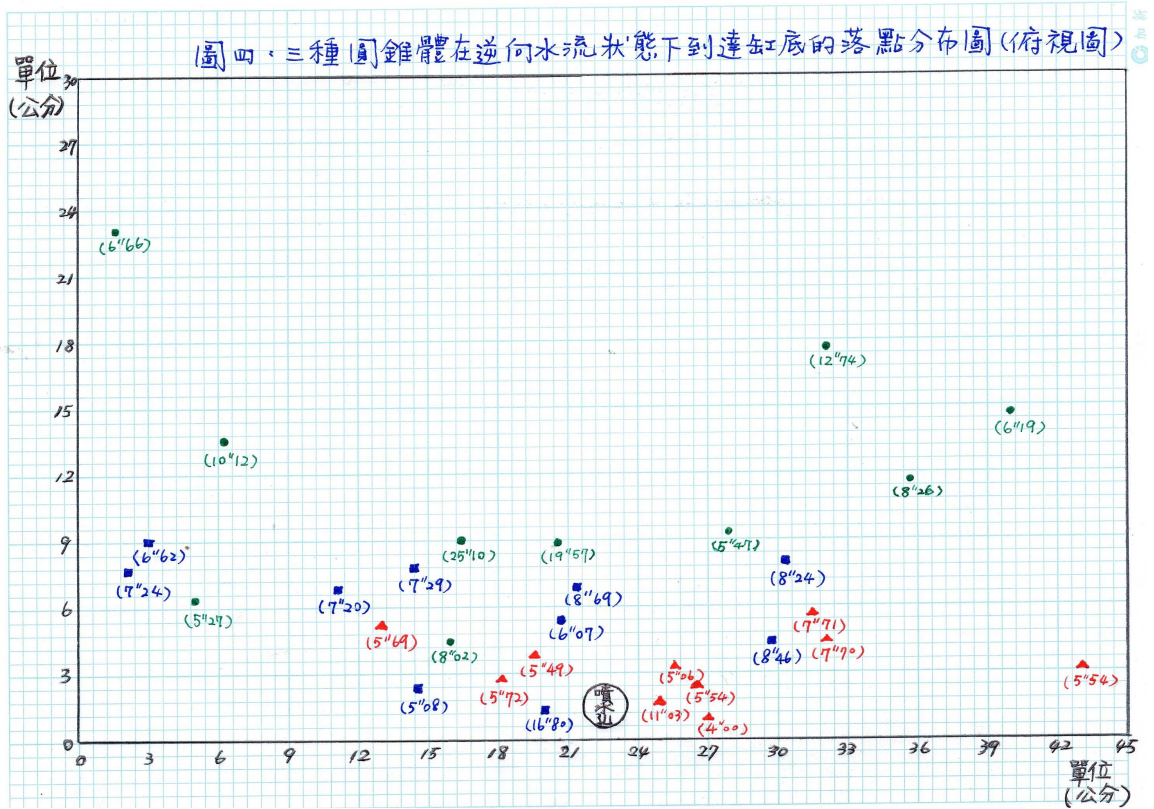
表三、三種圓錐體在側向水流狀態下到達缸底時間表

單位:秒;次

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3/4 圓錐	11" 6 3	11" 22	4" 59	4" 03	5" 90	13" 37	5" 504	6" 28	5" 10	3" 79
1/2 圓錐	3" 67	2" 90	2" 57	3" 20	4" 10	6" 60	3" 77	3" 35	3" 44	3" 42
1/4 圓錐	2" 71	2" 74	5" 74	5" 87	3" 07	2" 45	2" 57	2" 32	2" 35	2" 84

圖三、三種圓錐體在 向水流狀態下到達缸底時間圖

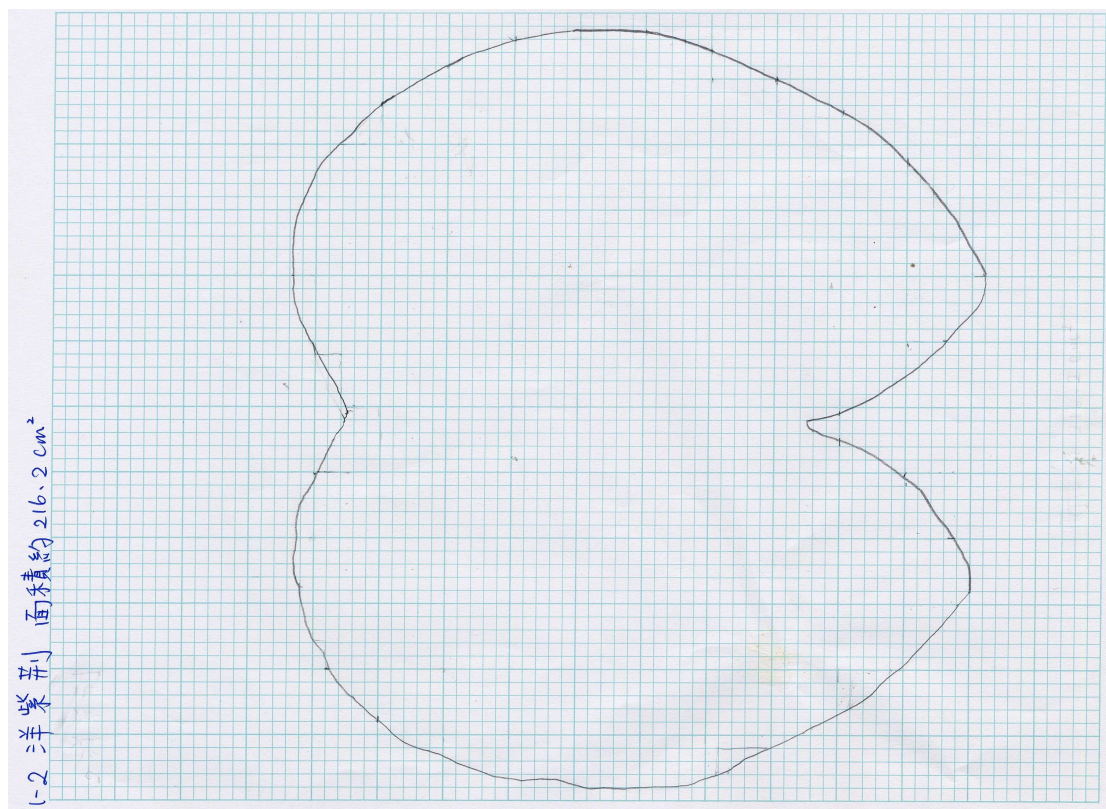
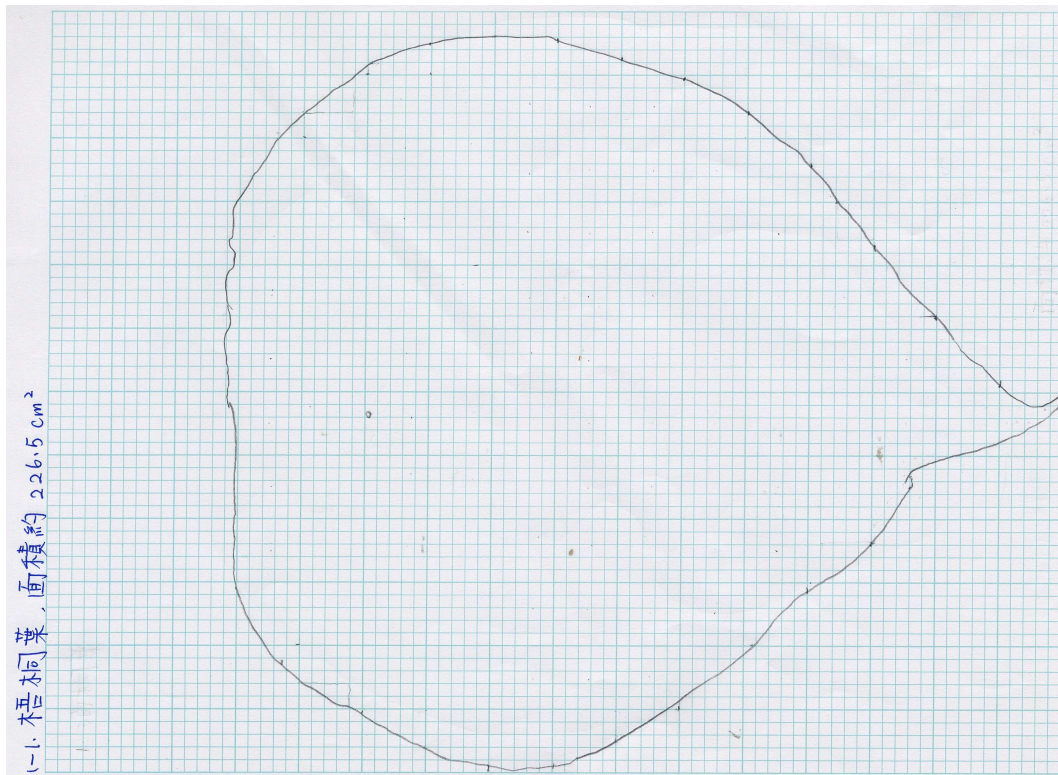


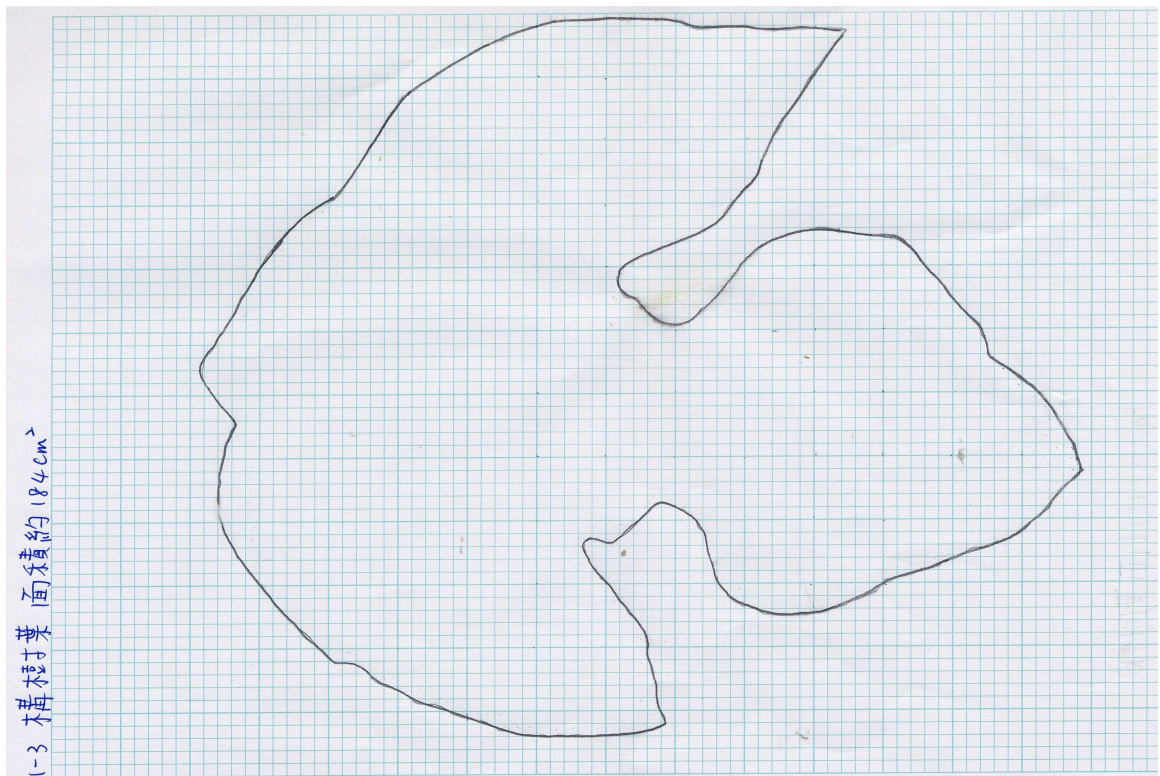


二、實驗二：

(方格紙每一小格邊長為 3mm，面積為 9 平方公厘)

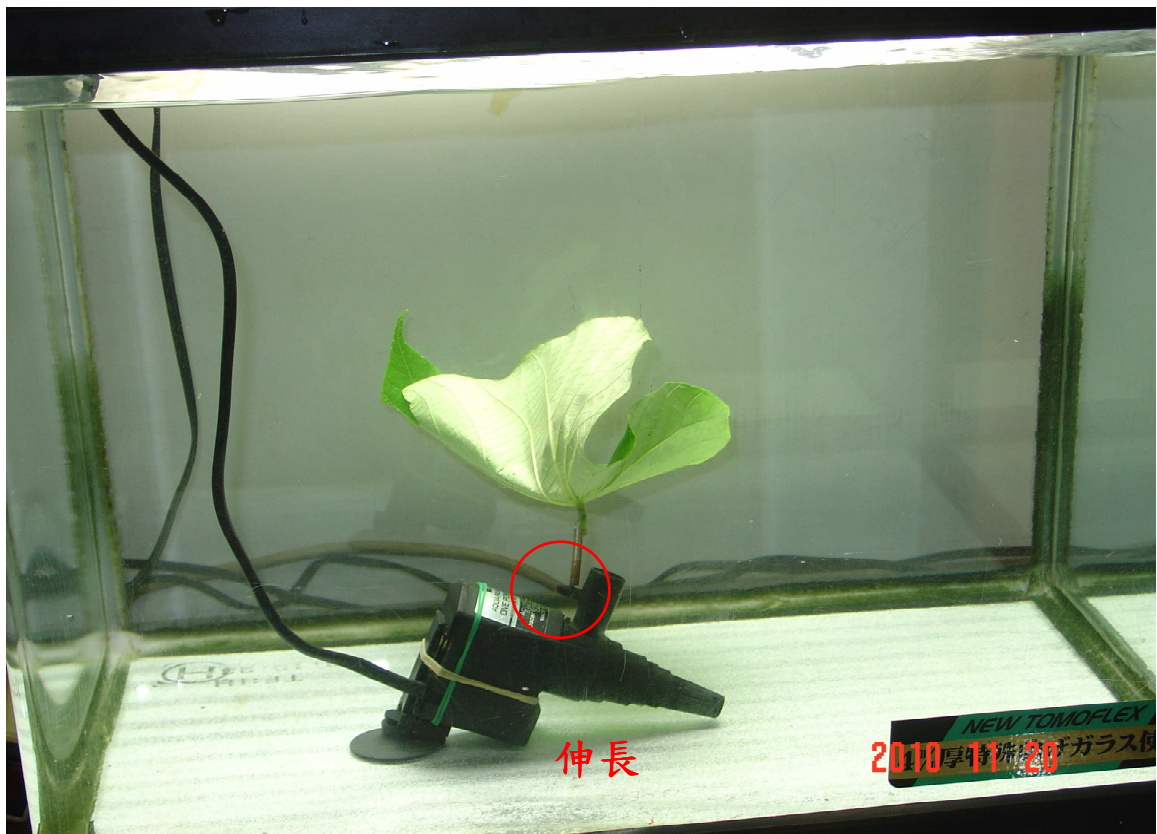
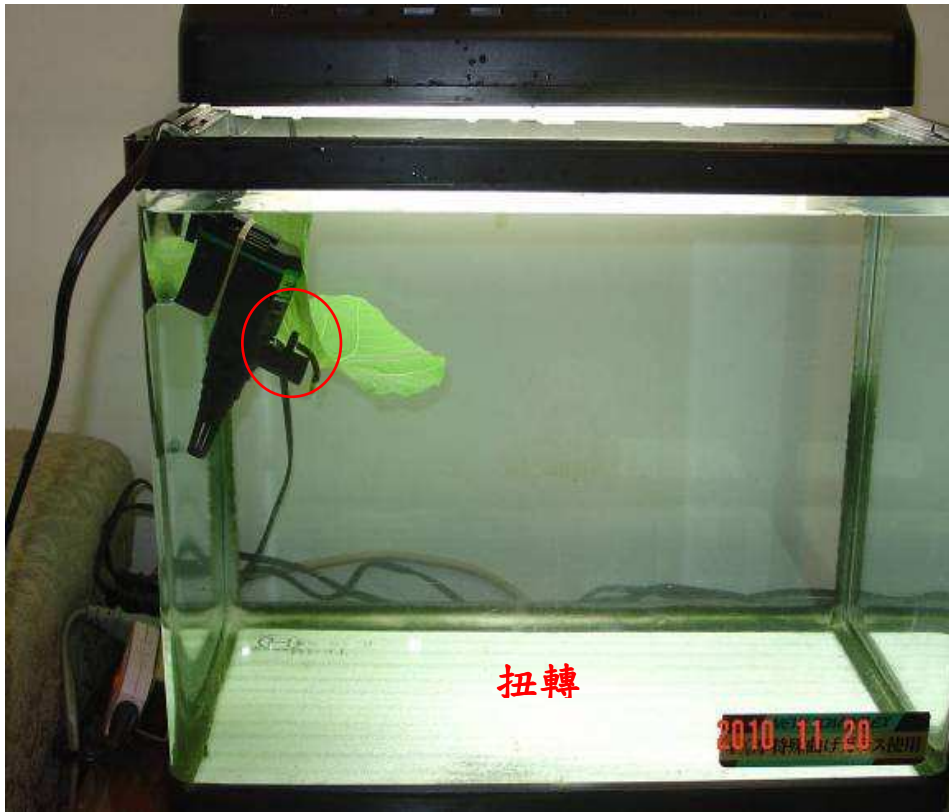
第 1 組 3 種樹葉面積



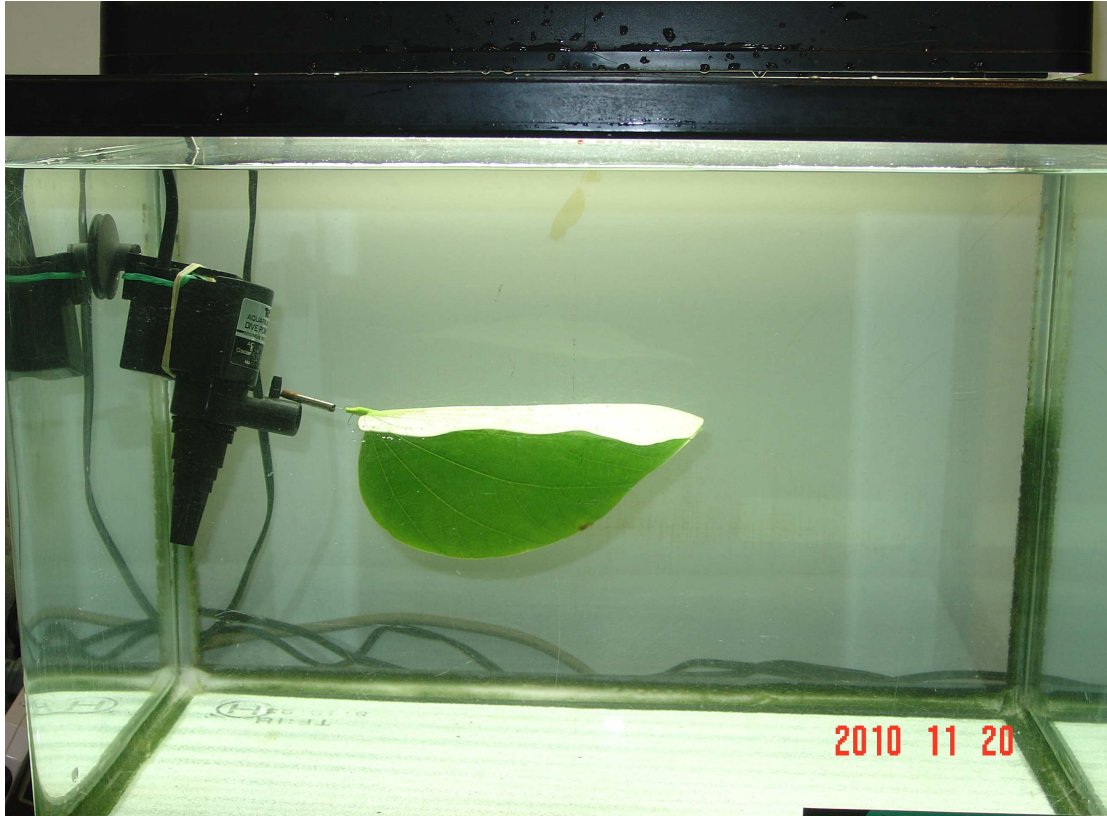


1-1 梧桐葉





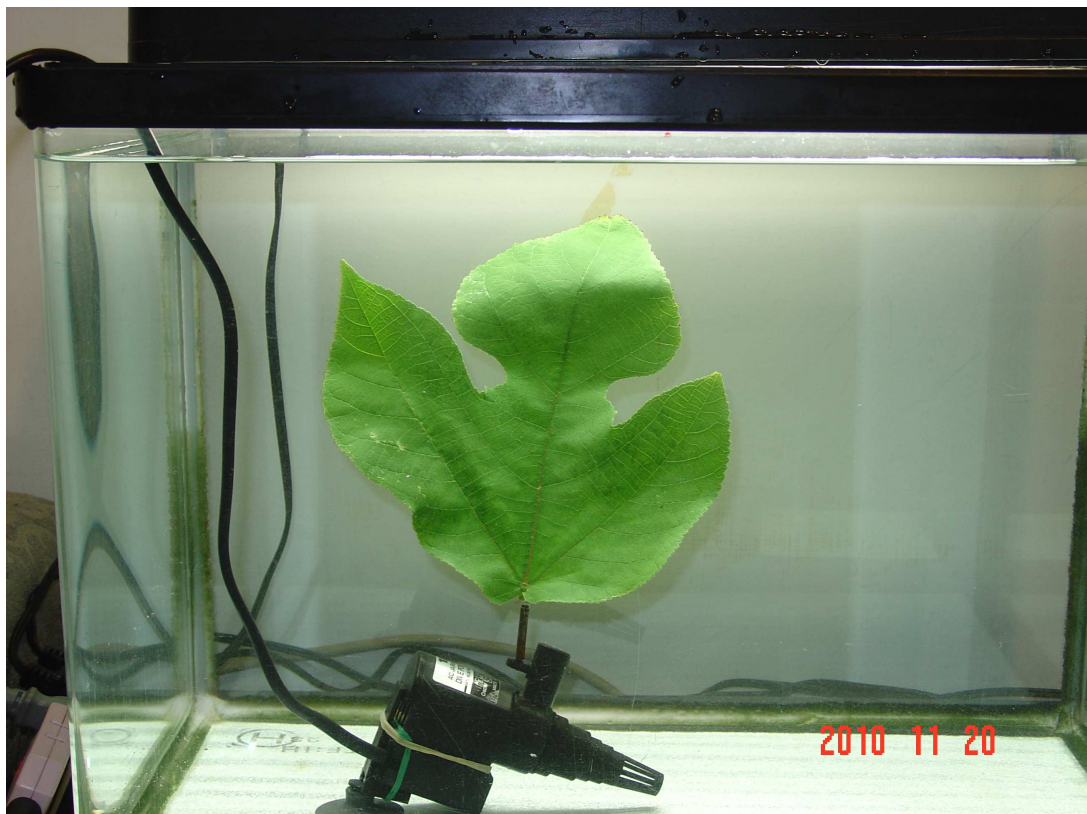
1-2 洋紫荊





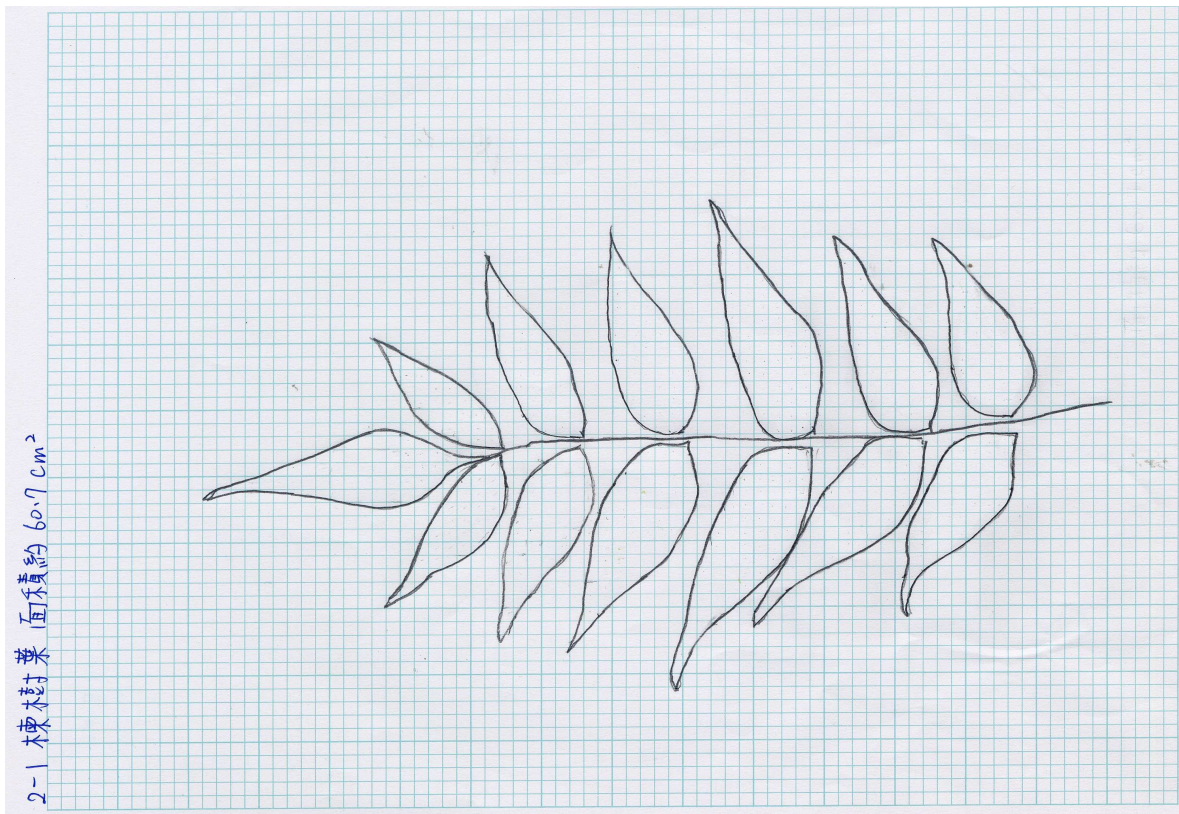
水流

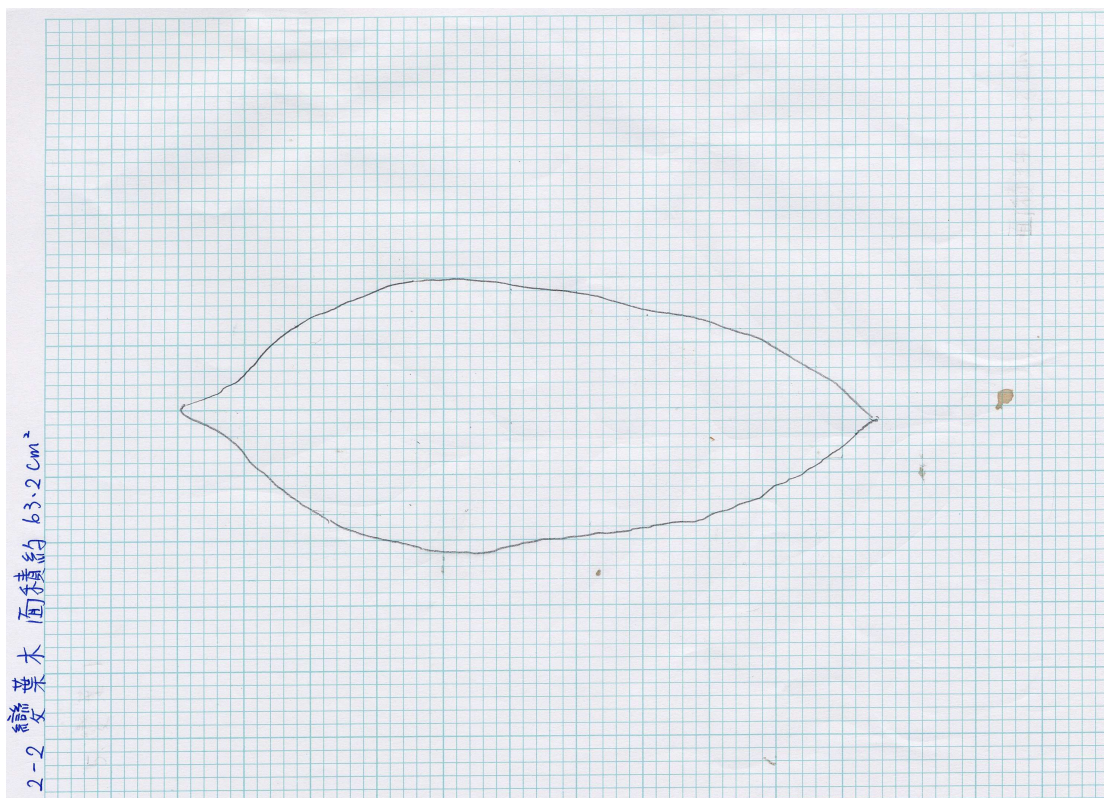
1-3 構樹





第 2 組 2 種樹葉面積





2-1 棟樹

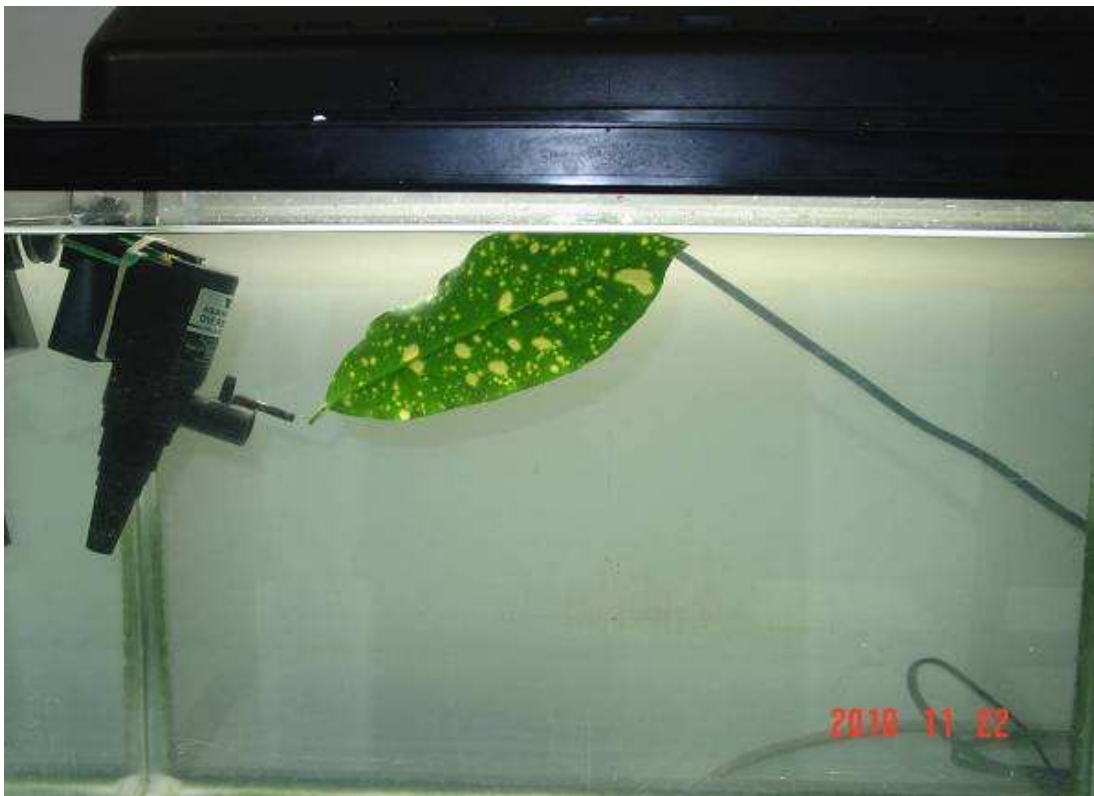




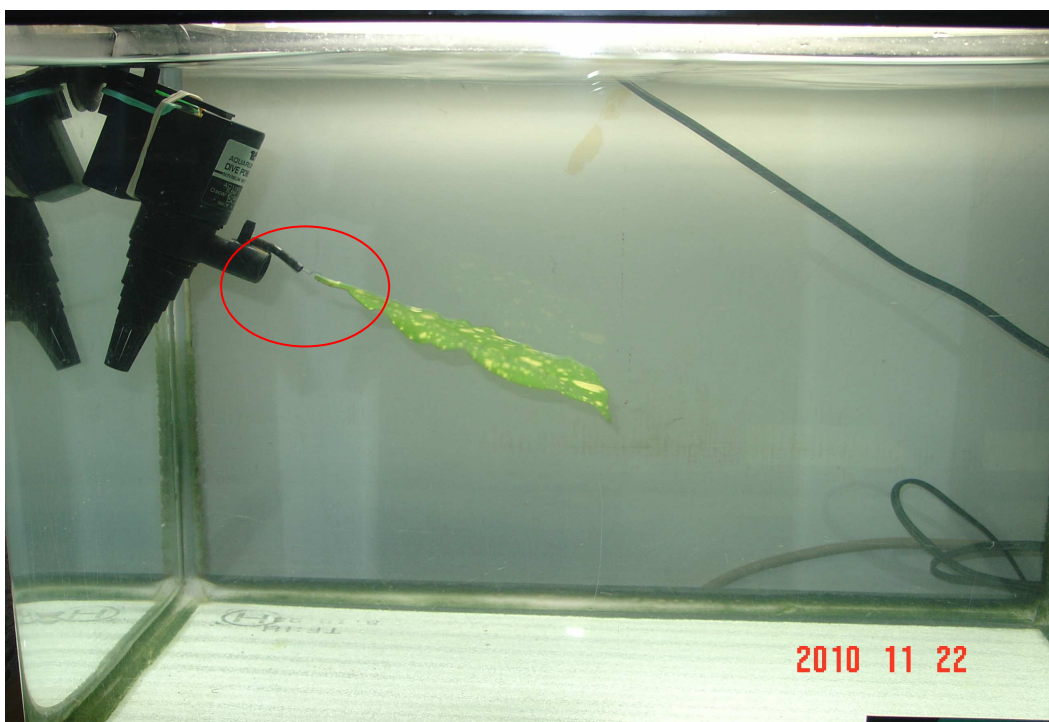
水流



水流



静止



水流

陸、討論

一、實驗一

(一)在靜止水流狀態下，三種圓錐體到達缸底的平均時間：

1/4 圓錐：2.28 秒；1/2 圓錐：4.15 秒；3/4 圓錐：7.11 秒

(二)在逆向水流狀態下，三種圓錐體到達缸底的平均時間：

1/4 圓錐：6.34 秒；1/2 圓錐：8.17 秒；3/4 圓錐：11.7 秒

(三)在側向水流狀態下，三種圓錐體到達缸底的平均時間：

1/4 圓錐：3.27 秒；1/2 圓錐：3.7 秒；3/4 圓錐：7.14 秒

(四)在靜止水流狀態下，1/4 圓錐的阻力很明顯小於 1/2 圓錐與 3/4 圓錐，可是，在逆向水流狀態與側向水流狀態下，1/4 圓錐落到缸底所增加的時間與原有的時間相比後，增加的比率卻很明顯的高於 1/2 圓錐與 3/4 圓錐，逆向水流狀態對靜止水流狀態的時間比率：

1/4 圓錐：2.78 (6.34/2.28)

1/2 圓錐：1.96 (8.17/4.15)

3/4 圓錐：1.65 (11.7/7.11)

側向水流狀態對靜止水流狀態的時間比率：

1/4 圓錐：1.4 (3.27/2.28)

1/2 圓錐：0.89 (3.70/4.15)

3/4 圓錐：1.00 (7.14/7.11)

水流

由實驗的過程可以觀察出，這是因為 1/4 圓錐在逆向水流狀態與側向水流狀態落下的過程中，並不會偏離原本的軌跡太遠，因此一直受到沉水馬達水流的阻力。1/2 圓錐與 3/4 圓錐在開始落下後，阻力比 1/4 圓錐大，下降不久後就被推離開原本落下的方向到沉水馬達所噴出的水流以外的區域，又因為實驗是在狹小的水族缸裡進行，沉水馬達噴出的水流以外區域，水流會由逆向↑變為順向↓將圓錐體往下推，使得 1/2 圓錐與 3/4 圓錐在下降的後半段過程會由慢變快。從時間紀錄表再配合落點分布圖來看，1/2 圓錐與 3/4 圓錐在有水流的狀態下，落在缸底的位置離入水點比較遠而且比較分散，因此，不同形狀物體受水流影響而產生的阻力差異應該會變得比靜止狀態更明顯。

二、實驗二

這次實驗所能找到的最小測力彈簧，彈力作用力範圍在 4g~20g，可是仍無法很明確的測量出各種葉片在逆向水流狀態下的阻力大約為多少，加上在水族缸裡不能製造出像波浪或風一樣的單向流動，所以，只能由觀察彈簧與葉片受水流衝擊時的變化情形來說明葉片在流體中所受到的阻力大小。

第 1 組

1. 梧桐葉：

在水流衝擊的過程裡，心形葉片上下、左右、前後擺動的幅度與旋轉的角度都很大，有幾次，彈簧瞬間被拉伸長約 1 cm，是這一組實驗的葉片裡阻力最高的。

2. 洋紫荊：

在水流衝擊的過程裡，蝶翼狀葉片的中央部份會貼合在一起，變成像紙飛機的形狀，葉片上下、左右、前後擺動的幅度和旋轉的角度都比較小，是這一組實驗的葉片裡阻力最低的。

3. 構樹葉

在水流衝擊的過程裡，三爪形葉片正對著水流時，兩端會向內卷縮使葉片形成圓筒狀，葉片上下、左右、前後擺動的幅度不大，三爪形葉片單側對著水流時，受力的一端會卷縮，使葉片旋轉脫離水流沖擊，阻力介於油桐葉與洋紫荊之間。

第 2 組

4 棟樹葉

在水流沖激的過程裡，穗狀葉片正對著水流時，兩側小葉會向內卷縮，穗狀葉片單側對著水流時，受力的小葉會向內卷縮，葉片上下、左右、前後擺動的幅度與旋轉的角度都很小，是所有實驗的葉片裡阻力最低的。

5 變葉木：

在水流沖激的過程裡，前寬形葉片正對著水流時，上下、左右、前後擺動的情形不會很明顯，前寬形葉片單側對著水流時，葉片旋轉的角度很大，也就是，如果受力不均勻，葉片扭轉的情形比較明顯。

柒、結論：

從實驗一與實驗二的結果，我們可以知道，雖然體積、表面積相同或相近，如果形狀不同，在流體中的阻力也不同，荷蘭的科學家利用不對稱的形狀，設計出能抵抗十級強風的雨傘，形狀影響阻力不僅是在肉眼可以看見的範圍，生物學家發現，鯊魚皮膚表面粗糙的 V 形皺褶可以大大減少水流的摩擦力，使身體周圍的水流更快地流過，鯊魚得以快速游動，科學家利用這項發現，製作出超低阻力的『鯊魚皮泳衣』，據說可以讓游泳選手降低 3 %~30% 的水中阻力。

當然，外形只是影響物體在流體裡阻力的許多因素之一，自然界的動植物經過演化，各物種都會發展出因應的方式，就像實驗二第 1 組表面積較大的葉片，梧桐葉和構樹葉雖然阻力高於洋紫荊，但是，它們的表面都有細密的絨毛，這些絨毛會讓水滴迅速滑落，在風雨中，葉片不會因為雨水附著在表面增加重量而使得枝葉或整棵樹木更容易被風雨打斷，實驗二第 2 組的變葉木，葉片周緣會有缺刻或呈波浪狀，在強風中，也可以讓葉片穩定不致過度扭轉被吹折，我們也可以觀察到在颱風盛行的地區，能夠長得高大的樹木大

部份都是穗狀葉形或是羽狀葉形。

科學家從鳥在天空飛、魚在水中游…，深入觀察研究各類自然現象，獲得許多寶貴的知識，有些已經成功轉化為技術運用在航空、船舶、建築、紡織等等各行各業，有些還在研究其中的原理。也許我們生活周遭一些看似平凡不起眼的事物，也蘊藏著有趣的奧秘，等著我們去發現呢！

捌、參考資料及其他

附註 1：實驗一所製作圓錐的三種圓半徑比例計算方式

圓錐體底部圓形的圓周長度等於製作圓錐體圓弧的長度

假設

1/4 圓的半徑為 r_1 ，1/2 圓的半徑為 r_2 ，3/4 圓的半徑為 r_3

1/4 圓錐底部圓形圓周長 = $r_1 \times \pi / 2$ ，半徑 = $r_1 / 4$

1/2 圓錐底部圓形圓周長 = $r_2 \times \pi$ ，半徑 = $r_2 / 2$

3/4 圓錐底部圓形圓周長 = $r_3 \times \pi \times 3/2$ ，半徑 = $r_3 \times 3/4$

黏貼成爲圓錐體後，

依照畢氏定理，直角三角形的斜邊平方 = 直角兩邊平方和

1/4 圓錐的高度 = $\sqrt{(r_1 \text{ 的平方} - r_1/4 \text{ 的平方})} = r_1 \times \sqrt{15}/4$ ，

1/2 圓錐的高度 = $\sqrt{(r_2 \text{ 的平方} - r_2/2 \text{ 的平方})} = r_2 \times \sqrt{3}/2$ ，

3/4 圓錐的高度 = $\sqrt{(r_3 \text{ 的平方} - r_3 \times 3/4 \text{ 的平方})} = r_3 \times \sqrt{7}/4$ ，

圓錐體體積 = $1/3 \times \text{高度} \times \text{底面積}$

底面積 = 半徑平方 $\times \pi = 1/16 \times r_1 \times r_1 \times \pi$

底面積 = 半徑平方 $\times \pi = 4/16 \times r_2 \times r_2 \times \pi$

底面積 = 半徑平方 $\times \pi = 9/16 \times r_3 \times r_3 \times \pi$

1/4 圓錐體體積 = $\sqrt{15} \times r_1 \times r_1 \times r_1 \times \pi$

1/2 圓錐體體積 = $8 \times \sqrt{3} \times r_2 \times r_2 \times r_2 \times \pi$

3/4 圓錐體體積 = $9 \times \sqrt{7} \times r_3 \times r_3 \times r_3 \times \pi$

令三種圓錐體的體積相等，消去公因數 π 後得到下列等式

$\sqrt{15} \times r_1 \times r_1 \times r_1 = 8 \times \sqrt{3} \times r_2 \times r_2 \times r_2 = 9 \times \sqrt{7} \times r_3 \times r_3 \times r_3$

取 $r_3 = 2 \text{ cm}$ ，則可以得到 $r_2 \doteq 2.4 \text{ cm}$ ， $r_1 \doteq 3.7 \text{ cm}$

作爲製作三種相同體積圓錐體的圓弧半徑

參考資料：Steven Vogel 著，楊永鈺譯(1999)『貓掌與彈弓』，台北市：先覺出版社。